

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ

1. Ἡ λέξις *χῶρος* ἀπαντᾷ τὸ πρῶτον εἰς τὴν Ἑλληνικὴν Γραμματείαν εἰς τοὺς Ὀρφικοὺς Ὑμνοὺς, ὅπου διαβάζομεν :

«πρὸς σὸν *χῶρον* ἀνασσα καὶ εὐδόνaton Πλούτωνα»

(δηλ. εἰς τὸν *χῶρον* σου ἀνασσα καὶ τὸν ἰσχυρὸν Πλούτωνα). (Ὀρφικά, Ὑμνοι 28. 20. G. Hermannus). Ἡ δὲ λέξις τόπος ἀπαντᾷ τὸ πρῶτον εἰς τὰ ἀποσπάσματα τῶν Ὀρφικῶν: «εἰς δὲ Κρόνου Πυρόεις τόπον αἰσιός ἐστιν ἀμείβων» (δηλ. ὁ δὲ ἀγαθὸς Ἄρης ἐρχόμενος εἰς τὸν τόπον τοῦ Κρόνου) (Ἄποσ. Ὀρφ. 287, O. Kern).

Εἰς τὰ Ὀμηρικὰ Ἔπη ἡ λέξις *χῶρος* ἀπαντᾷ ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τοῦ τόπου: Γ 315, Δ 496, Ξ 2. Ἡ λέξις τόπος δὲν ἀπαντᾷ εἰς τὰ Ὀμηρικὰ Ἔπη.

Εἰς τὴν Ὀρφικὴν Κοσμογονίαν ὑπὸ τὴν λέξιν *χῶρος* νοεῖται ὁ *χῶρος*, ὡς συμπεραίνεται ἐκ τοῦ Ἀριστοφάνους: *Χῶρος ἦν καὶ Νῦξ Ἐρεβός τε μέλαν καὶ Τάρταρος Εὐρύς*. (Ὀρνιθες 693). Ὑπὸ τὴν αὐτὴν ἔννοιαν χρησιμοποιεῖ τὴν λέξιν *Χῶρος* καὶ ὁ Ἡσίοδος: *ἦτοι μὲν πρώτιστα Χῶρος γένητ'*. (Θεογονία 116).

Ἰδιαιτέρα ἐρευνα τῆς ἐννοίας τοῦ *χῶρου* δὲν ἀναφέρεται κατὰ τὴν ἀρχαιότητα. Συνδέεται ὁμοίως ὁ *χῶρος* πρὸς τὸ Σύμπαν. Καὶ ἄλλοι μὲν θεωροῦν τὸ Σύμπαν σφαιροειδὲς καὶ πεπερασμένον, ὅπως ὁ Ξενοφάνης, ὁ Ἴππασος, ὁ Ἡράκλειτος (D. G. = Δοξογράφοι Γκραϊνι, σελίς 338, 475, 482, 534. Diels), ἄλλοι δὲ θεωροῦν τοῦτο ἄπειρον, ὅπως ὁ Λεῦκιππος, ὁ Δημόκριτος, ὁ Μητροδόωρος, ὁ Ἐπίκουρος, οἱ Στωϊκοὶ (D. G. 316, 581). Ὁ Μέλισσος, ὁ Διογένης ὁ Ἀπολλωνιάτης καὶ ὁ Σέλευκος ἔλεγον ὅτι τὸ μὲν Σύμπαν εἶναι ἄπειρον, ὁ δὲ Κόσμος εἶναι πεπερασμένος (D. G. 328). Ὁ Ζήνων ὁ Ἐλεάτης ἐπρέσβευεν, ὅτι *χῶρος* δὲν ὑπάρχει. Διότι ἂν ὑπῆρχε ἔπρεπε νὰ ἐπάρχη εἰς κάποιον ἄλλον *χῶρον*, αὐτὸς ὁ *χῶρος* εἰς κάποιον ἄλλον καὶ οὕτω καθ' ἐξῆς ἐπ' ἄπειρον, (fr. Vorsokr. I 253. 24. Diels).

Ὁ Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος ἐπρέσβευεν ὅτι τὸ Σύμπαν εἶναι ἄπειρον μὲ τὸ ἐξῆς ἐπιχείρημα: ἐάν τὸ Σύμπαν ἦτο σφαιροειδὲς καὶ πεπερασμένον καὶ ἐφθανα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας αὐτῆς, ἐρωτῶ, θὰ ἦτο δυνατόν νὰ ἀπλώσω τὴν χεῖρα μου ἐξω τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἢ ὄχι; Ἐάν ὄχι, τοῦτο εἶναι ἄτοπον ἐπομένως δὲν ὑπάρχει πέρας τοῦ Συμπαντος (fr. Vorsokr. I 430. 24).

Ἐκ τοῦ Τιμαίου τοῦ Πλάτωνος δὲν φαίνεται σαφῶς ποία εἶναι ἡ γνώμη αὐτοῦ διὰ τὸ Σύμπαν. Κατὰ τὸν Διογένη ὁμοίως τὸν Λαέρτιον, ὁ Πλάτων ἐπρέσβευεν ὅτι ὁ Κόσμος εἶναι σφαιροειδὴς καὶ πεπερασμένος (Δ. Λ. 3. 72). Τὴν αὐτὴν γνώμην πρὸς τὸν Πλάτωνα ἔχει καὶ ὁ Ἀριστοτέλης (Περὶ Κόσμου πρὸς Ἀλέξανδρον 391. 2), ὁ ὁποῖος ὀρίζει τὸν τόπον (*χῶρον*) ὡς ἐξῆς: «τὸ πέρας τοῦ περιέχοντος σώματος», καὶ δὲν δέχεται τὴν ὑπαρξίν τοῦ κενοῦ *χῶρου* (Φυσ. Δ. 212 α 6 καὶ α 20, καὶ 213 - 215). Ὁ Δημόκριτος ἀντιθέτως, ἐπρέσβευεν ὅτι ὁ Κόσμος ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν ὕλην (τὰ ἄτομα) καὶ τὸ κενὸν (fr. Vorsokr. II 93. 37).

Ὁ Ἀρχιμήδης (287—212 π.Χ.) πρεσβεύει ὅτι ὁ Κόσμος εἶναι σφαιροειδὴς καὶ πεπερασμένος, ὑπολογίζει δὲ τὴν ἀκτῖνα αὐτοῦ εἰς πέντε δισεκατομμύρια στάδια (κοινὸν Αἰγυπτικὸν—Ἀττικὸν Στάδιον=164 μέτρα). (Ψαμμίτης 2).

Ὁ Ἰσαὰκ Νεύτων (1643—1727) δὲν ἀναφέρει σαφῶς ἂν θεωρῇ τὸ Σύμπαν ἄπειρον ἢ πεπερασμένον. Θεωρεῖ τὸ κενὸν ἄνευ ὕλης ὡς *χῶρον* καὶ ὀνομάζει τοῦτο ἀπόλυτον *χῶρον* (Principiá, γερμ. ἐκδ. Wolfers, σ. 25 27). Πρὸς τὴν γνώμην τοῦ Νεύτωνος τάσσεται καὶ ὁ Κάντ (1724 1804) (Gesam. Werke, Akad. Ausg. Bd II S. 378).

Ὁ Ἀλβέρτος Ἀϊνστάϊν (1879—1955, βραβεῖον Νόμπελ 1921) ἀπορρίπτει τὸν

ἀπόλυτον χῶρον τοῦ Νεύτωνος καὶ παραθέτει εἰς τὰς τρεῖς διαστάσεις ἑνὸς στερεοῦ καὶ τετάρτην διάστασιν, τὴν διάστασιν τοῦ χρόνου, εἰσάγει δηλ. τὴν ἔννοιαν τοῦ χωροχρόνου.

2. Ἡ Ἑλληνικὴ Γεωμετρία χωρὶς νὰ κατονομάζη τὸν χῶρον ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἔρευναν τῶν ἰδιοτήτων αὐτοῦ, χρησιμοποιοῦσα ὡς ἀφετηρίαν τὴν ἔννοιαν «σημεῖον», τὸ ὁποῖον καθορίζει ὡς ἑξῆς :

«σημεῖόν ἐστὶν οὗ μέρος οὐθέν». (Εὐκλείδου El. I, ὄρισμός 1, ed. E. S. Stamatis, Leipzig 1969, B. G. Teubner). Ἀμέσως γεννᾶται τὸ ἐρώτημα τί εἶναι μέρος, δηλ. διάστασις, τὸ ὁποῖον μένει ἀναπάντητον.

Κατὰ τὰ μέσα τοῦ παρελθόντος αἰῶνος ἀνεκαλύφθησαν αἱ λεγόμεναι Μὴ Εὐκλείδειοι Γεωμετρίαι, αἱ ὁποῖαι ἐκ τῶν δεκατεσσάρων ἀξιομάτων τῆς Γεωμετρίας τοῦ Εὐκλείδου λαμβάνουν τὰ δέκα τρία, τὰ ὁποῖα βαπτίζουν εἰς ἀπόλυτον Γεωμετρίαν, καὶ ἀντικαθιστοῦν τὸ ἀξίωμα τῶν παραλλήλων τοῦ Εὐκλείδου δι' ἄλλου ἀξιώματος. Εἶναι φανερόν ὅτι αὗται δὲν ἔπρεπε νὰ ὀνομάζονται Μὴ Εὐκλείδειοι Γεωμετρίαι, ἀλλὰ ἀσκήσεις τινὲς ἐπὶ τῆς Γεωμετρίας τοῦ Εὐκλείδου. Ἀναλόγως τοῦ ἀξιώματος τῶν παραλλήλων αἱ Γεωμετρίαι ἐχαρακτηρίσθησαν ὡς ἑξῆς :

1) Ἐκ σημείου ἐκτὸς εὐθείας κειμένου ἄγεται πρὸς τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν μία καὶ μόνη παράλληλος. Εὐκλείδειος ἢ παραβολικὴ Γεωμετρία.

2) Ἐκ σημείου ἐκτὸς εὐθείας κειμένου ἄγονται πρὸς τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πολλαὶ παράλληλοι. Μὴ Εὐκλείδειος, ὑπερβολικὴ Γεωμετρία.

3) Ἐκ σημείου ἐκτὸς εὐθείας κειμένου οὐδεμία εὐθεῖα παράλληλος ἄγεται πρὸς αὐτήν. Μὴ Εὐκλείδειος, ἑλλειπτικὴ Γεωμετρία.

Ἐπισημειωτέον ὅτι ὁ Οὐγγρος μαθηματικὸς Imre Toth ἀπέδειξεν ὅτι ἅπαντα τὰ λεγόμενα περὶ Μὴ Εὐκλείδειων Γεωμετριῶν περιέχονται εἰς τὰ συγγράμματα τοῦ Ἀριστοτέλους (Das Parallelenproblem in Corpus Aristotelicum, Archiv for History of exact Sciences 3, 249—422, (1967)).

Εἰς τὴν Γεωμετρίαν τοῦ Εὐκλείδου τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν γωνιῶν παντὸς τριγώνου ἰσοῦται μὲ δύο ὀρθὰς γωνίας. Εἰς τὴν ὑπερβολικὴν Γεωμετρίαν τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν γωνιῶν παντὸς τριγώνου, λέγεται, ὅτι εἶναι μικρότερον τῶν δύο ὀρθῶν. Εἰς τὴν ἑλλειπτικὴν Γεωμετρίαν τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν γωνιῶν παντὸς τριγώνου, λέγεται, ὅτι εἶναι μεγαλύτερον τῶν δύο ὀρθῶν. Προστίθεται δὲ ὅτι αἱ Μὴ Εὐκλείδειοι Γεωμετρίαι ἰσχύουν διὰ τὰς μεγάλας ἀποστάσεις καὶ τὰ μέγιστα τρίγωνα

Ὁ C. F. Gauss (1777—1855) ἐμέτρησε τὰς γωνίας ἑνὸς μεγάλου τριγώνου ἔχοντος πλευρὰς 69, 85, καὶ 107 χιλιομέτρων καὶ παρὰ τὸ μέγεθος τοῦ τριγώνου εὔρε τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν γωνιῶν αὐτοῦ ἴσον μὲ δύο ὀρθὰς, ὡς διδάσκει ἡ Γεωμετρία τοῦ Εὐκλείδου. Δὲν ἐδημοσίευσεν δὲ τίποτε σχετικὸν μὲ Μὴ Εὐκλείδειους Γεωμετρίαι, φοβούμενος τὰς κρυφὰς τῶν Βοιωτῶν, ἐπειδὴ δηλ. εἶχεν ἀμφιβολίας, ὡς πρὸς τὴν ὀρθότητα τῶν συναφῶν παρατηρήσεών του. Κατὰ τὸ 1817 ἔγραψε πρὸς τὸν H. W. M. Olbers : «Πάντοτε καταλήγω εἰς τὴν πεποίθησιν, ὅτι ἡ ἀναγκαιότης τῆς Γεωμετρίας μας (ἐννοεῖ τὴν Εὐκλείδειον) δὲν δύναται νὰ ἀποδειχθῇ, τοῦλάχιστον ἀπὸ τὸ ἀνθρώπινον πνεῦμα, ἀλλ' οὔτε καὶ διὰ τὸ ἀνθρώπινον πνεῦμα. Πιθανῶς, ὅταν ἔλθωμεν εἰς ἄλλην ζωὴν, νὰ ἔχωμεν ἄλλας ἀντιλήψεις διὰ τὴν οὐσίαν τοῦ χώρου, αἱ ὁποῖαι σήμερον εἶναι δι' ἡμᾶς ἀνέφικτοι». (Ich komme immer mehr zu der Überzeugung, dass die Notwendigkeit unserer Geometrie nicht bewiesen werden kann, wenigstens nicht vom menschlichen Verstande noch für den menschlichen Verstand. Vielleicht kommen wir in einem anderen Leben zu anderen Einsichten in das Wesen des Raums, die uns jetzt unerreichbar sind). Königl. Gesel. d. Wiss. zu Göttingen, Leipzig 1863—1903, Bd VIII, S. 177).

Ο Η. Poincaré (1854—1912) ἀποδέχεται τὰς λεγομένας μὴ Εὐκλείδειους Γεωμετρίας, σημειώνει ὅμως, ὅτι προτιμῶμεν τὴν Γεωμετρίαν τοῦ Εὐκλείδου, διότι αὕτη μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διατυπώσωμεν τοὺς φυσικοὺς νόμους κατὰ τὸν ἀπλούστερον τρόπον (Ἐπιστήμη καὶ Ὑπόθεσις, μετάφρασις εἰς τὴν Ἑλληνικὴν ὑπὸ Παναγιώτου Σ. Ζερβοῦ, Ἀθήναι 1912). Ἐπὶ τῆς γνώμης αὐτῆς τοῦ Πουανκαρέ ὁ Max Jammer εἰς τὸ βιβλίον του *Das Problem des Raumes*, σελίς 183, (1960), (μετάφρασις ἐκ τοῦ Ἀμερικανικοῦ *Concept of Space*, Harvard Univ. Press. Cambridge U.S.A., 1954), λέγει, ὅτι «ὁ Πουανκαρέ ἐπλανήθη, ὡς ἀπέδειξεν ἡ Γενικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητος, καὶ προσθέτει, ἐπλανήθη ἀκόμη διὰ τὴν λογικὴν ἀπλότητα τῆς Γεωμετρίας τοῦ Εὐκλείδου. Ὡς νεώτεροι ἐρευνᾶται ἔδειξαν (λέγει) ἔλλειπει ἀπὸ τὴν Γεωμετρίαν τοῦ Εὐκλείδου ἡ λογικὴ ἀπλότης τῆς Ὑπερβολικῆς Γεωμετρίας, ἡ ὁποία Γεωμετρία εἶναι ἡ μόνη, ἥτις ἐξ ὀλίγων ἀπλῶν ὑποθέσεων, περὶ συνδέσεως, τομῆς καὶ συνεχείας δύνανται νὰ ἀναπτυχθῇ». Εἶναι φανερόν, ὅτι ἡ γνώμη αὕτη τοῦ Max Jammer εἶναι ἐξεζητημένη καὶ πάντῃ ἐσφαλμένη.

Κατὰ τὰς Μὴ Εὐκλείδειους Γεωμετρίας δὲν ὑπάρχουν ὁμοια σχήματα! Περὶ ῥεργα τῶ ὄντι πράγματα, ὁμοιάζοντα πρὸς τὰ διδασκόμενα εἰς τὴν Θεωρίαν τῶν Συνόλων εἰς ὅλα τὰ Πανεπιστήμια τοῦ Κόσμου, ἐπὶ πενήντα καὶ πλέον ἔτη, ὅτι τὸ μέρος εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ὅλου, πρὸς ἐκπλήξιν καὶ καγχασμὸν τοῦ Εὐκλείδου, ὁ ὁποῖος διδάσκει ὅτι τὸ ὅλον εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέρους. (El. I Κοινὰ ἔννοια 8). Ἐὰν ὁ Θαλῆς, ὅταν ἐπισκέφθη τὴν Αἴγυπτον περὶ τὸ 580 π. Χ., ἐγνώριζε μόνον τὰς Μὴ Εὐκλείδειους Γεωμετρίας καὶ ἤθελε νὰ μετρήσῃ τὸ ὕψος μιᾶς πυραμίδος ἐκ τῆς σκιᾶς αὐτῆς καὶ τῆς σκιᾶς τῆς ῥάβδου του (ὡς ἔπραξε τοῦτο, fr. Vorsokr. I σελ. 68. 27), θὰ ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐπιχειρήσῃ τὴν μέτρησιν, διότι δὲν θὰ ἐγνώριζε τὰ περὶ ὁμοιότητος θεωρήματα τῆς Εὐκλείδειου Γεωμετρίας.

3. Παρ' ὅλον ὅτι οἱ πλείστοι τῶν νεωτέρων ἐπιστημόνων συμφωνοῦν μὲ τὰ συμπεράσματα καὶ τὰς παρατηρήσεις τῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητος τοῦ Ἀλβέρτου Ἀϊνστάϊν, ἐν τούτοις ὑπάρχουν ἀρκετοὶ ἐπιστήμονες, οἱ ὁποῖοι διατηροῦν ἐπιφυλάξεις διὰ τὴν θεωρίαν αὐτήν. Ἐκεῖνο τὸ μέρος τῆς θεωρίας, τὸ ὁποῖον θεωρεῖται βέβαιον εἶναι ἡ σχέσις μετατροπῆς τῆς μάζης ἐνὸς σώματος εἰς ἐνέργειαν καὶ τάνάπαλιν, ἡ ὁποία ἐκφράζεται διὰ τοῦ μαθηματικοῦ τύπου $E = mc^2$, ὅπου E εἶναι ἡ ἐνέργεια, m ἡ μάζα τοῦ σώματος καὶ c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός. Τὴν πρώτην ὅμως ἰδέαν τῆς μετατροπῆς τῆς μάζης εἰς ἐνέργειαν ἐξέφρασε πρῶτος ὁ Ἀναξίμανδρος (610—546 π. Χ. περίπου), ὡς πληροφοροῦμεθα ἀπὸ τὸν Ἀλεξανδρινὸν φιλόσοφον Ἀέτιον (Α' αἰών), ὁ ὁποῖος γράφει «ἀμαρτάνει δὲ οὗτος μὴ λέγων τί ἐστὶ τὸ ἄπειρον, πότερον ἀήρ ἐστὶν ἢ ὕδωρ ἢ γῆ ἢ ἄλλα τινὰ σώματα· ἀμαρτάνει οὖν τὴν μὲν ὕλην ἀποφαινόμενος τὸ δὲ ποιοῦν αἴτιον ἀναιρῶν· τὸ γὰρ ἄπειρον οὐδὲν ἄλλο ἢ ὕλη ἐστὶν· οὐ δύναται δ' ἢ ὕλη εἶναι ἐνέργεια, ἂν μὴ τὸ ποιοῦν ὑποκῆται» (D. G. 277, ἐκ Πλουτ. Ἀρεσκ. φιλοσ. 1. 3 - Στοβαίου Ἐκλ. I 10 2. 12) (σφάλλεται δὲ αὐτὸς μὴ λέγων τί εἶναι τὸ ἄπειρον, ποῖον ἐξ ὄλων, εἶναι ἀήρ ἢ ὕδωρ ἢ γῆ ἢ ἄλλα τινὰ σώματα. Σφάλλεται λοιπόν, ἐνῶ ὁμοίως διὰ τὴν ὕλην ἀναιρεῖ ὅμως τὸ ποιοῦν αἴτιον· διότι τὸ ἄπειρον δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρὰ ὕλη· δὲν δύναται δὲ ἢ ὕλη νὰ εἶναι ἐνέργεια, ἐὰν δὲν ὑπάρχῃ ὁ δημιουργός).

Τὴν λησμονημένην αὐτὴν θεωρίαν τοῦ Ἀναξίμανδρου διετύπωσεν ἐκ νέου ὁ Γερμανὸς Φυσικὸς Hasenöhl κατὰ τὸ 1904, ἥτοι ἐν ἔτος πρὶν ὁ Ἀλβέρτος Ἀϊνστάϊν δημοσιεύσει τὴν Θεωρίαν τῆς Σχετικότητος. Ὁ Hasenöhl εἶχε διατυπώσει καὶ τὸν συναφῆ μαθηματικὸν τύπον $E = \frac{8}{3} mc^2$, τὸν ὁποῖον ὁ Ἀϊνστάϊν διώρθωσεν εἰς $E = mc^2$, χωρὶς δηλ. τὸν ἀριθμητικὸν συντελεστήν, ὡς σημειώνει ὁ W. Riezler εἰς τὸ βιβλίον του «Πυρηνικὴ Φυσικὴ», Μόναχον 1959, σελ. 26.

Ἐκεῖ ὅμως ὅπου ὑπάρχουν μεγάλοι διαφωνία μερικῶν ἐπιστημόνων εἶναι ἡ ἔννοια τοῦ τετραδιαστάτου χώρου τῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητος, τοῦ καλουμένου χωροχρόνου. Ὁ ὑπέρμαχος τῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητος Γερμανὸς Φυσικὸς Max von Laue (1879—1960), βραβεῖον Νόμπελ 1914), εἰς τὸ βιβλίον του, Θεωρία τῆς Σχετικότητος (τόμος Β', 1953 σελ. 4) γράφει ὅτι: «πρέπει νὰ ἀναπτύξωμεν μίαν Μὴ Εὐκλείδειον Γεωμετρίαν διὰ τέσσαρας διαστάσεις». Κατὰ τὸν Λάουε οὔτε ἡ Εὐκλείδειος Γεωμετρία δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς ὑπόβαθρον τῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητος τοῦ Ἀϊνστάϊν οὔτε αἱ ἄλλαι Γεωμετρίαι, αἱ καλούμεναι Μὴ Εὐκλείδειοι Γεωμετρίαι, ἀλλὰ πρέπει νὰ ἐπινοηθῇ μία νέα Γεωμετρία διὰ νὰ ικανοποιήσῃ τὰς ἀπαιτήσεις τῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητος. Ὁ ἴδιος ὁ Λάουε εἰς τὸν πρόλογον τοῦ πρώτου τόμου, τοῦ ἀνωτέρω σημειωθέντος βιβλίου του (1952, σελ. V), λέγει, ὅτι ἡ Γενικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητος δὲν ἔκλεισεν ἀκόμη. Φαίνεται λοιπόν, ὅτι ὅλα τὰ περὶ χωροχρόνου εὐρίσκονται ὑπὸ ἔρευναν, διότι δὲν γνωρίζομεν τί εἶναι ὁ χώρος, οὔτε δυνάμεθα μέχρι τῆς στιγμῆς νὰ τὸν ὀρίσωμεν. Εὐστόχως δὲ ὁ Max Jammer εἰς τοὺς τελευταίους δύο στίχους τοῦ ἀνωτέρω μνημονευθέντος βιβλίου του, ἀποφαίνεται ὅτι τὸ πρόβλημα τοῦ χώρου παραμένει ἄλυτον.

Φαίνεται πιθανόν, ὅτι ἡ ἔννοια τοῦ χώρου εἶναι ὑπερβατικὴ καὶ ἀπροσέλαστος εἰς τὴν νοητικὴν ικανότητα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος.

4. Τὸ μὴ ικανοποιητικὸν σημεῖον τῆς Ἑλληνικῆς Γεωμετρίας, τῆς ἀσχολουμένης μὲ τὴν ἔρευναν τῶν ιδιοτήτων τοῦ χώρου, εἶναι ὁ ὀρισμὸς τοῦ σημείου, ὁ καὶ ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου υἰοθετηθεὶς, (Eucl. Elem. I def. 1), καὶ ἡ ἐκ τούτου γένεσις τῶν γραμμῶν, τῶν ἐπιφανειῶν καὶ τῶν στερεῶν. Τοῦτο εἶχεν ἐπισύρει τὴν προσοχὴν τοῦ Πλάτωνος, ὁ ὁποῖος ἤρνεϊτο τὴν παραδοχὴν τῆς Γεωμετρίας ὡς ἐπιστήμης, ἀφοῦ αὕτη οἰκοδομῇ ἐπὶ τῆς ἀκαθορίστου ἔννοιας «σημεῖον» καὶ συμπεραίνει :

«Διότι, ὅταν μία ἐπιστήμη λαμβάνει ὡς ἀρχὴν κάτι, τὸ ὁποῖον δὲν γνωρίζει (δηλ. τὴν ἔννοιαν σημείου) τὰ τελικὰ δὲ συμπεράσματα καὶ τὰ ἐνδιάμεσα συναρμολογοῦνται ἐξ ἐκείνου, τὸ ὁποῖον δὲν γνωρίζει, ποῖα ἐπινόησις εἶναι δυνατὸν ποτὲ τὴν τοιαύτην παραδοχὴν νὰ τὴν θεωρήσῃ ὡς ἐπιστήμην; οὐδεμία ἀπήντησεν ἐκεῖνος».

(ὦ γὰρ ἀρχὴ μὲν ὃ μὴ οἶδε, τελευτὴ δὲ καὶ τὰ μεταξὺ ἐξ οὗ μὴ οἶδε συμπλέκται, τίς μηχανὴ τὴν τοιαύτην ὁμολογίαν ποτὲ ἐπιστήμην γενέσθαι; οὐδεμία ἦδ' ὅς). (Πολιτεία 533 c).

Ἐὰν λοιπόν εἰς τὴν Γεωμετρίαν τοῦ Εὐκλείδου παρατηροῦμεν μίαν ἀσάφειαν κατὰ τὸν ὀρισμὸν τῆς ἔννοιας «σημεῖον», εἰς τὴν Γεωμετρίαν τοῦ Ρῆμαν, ἡ ὁποία ἐρίδεται ἐπὶ τῆς ἔννοιας «γραμμικὸν στοιχεῖον» (Linienelement der Form $u \sqrt{\Sigma dx^2}$) ἔχομεν μίαν ἀσάφειαν εἰς τὸ τετράγωνον. Ἡ πεῖρα δὲ ἀπέδειξεν ὅτι ἀπλούστερος τρόπος ἐρεύνης τῶν ιδιοτήτων τοῦ χώρου καὶ τῶν φυσικῶν φαινομένων ἐν αὐτῷ δὲν ὑπάρχει ἄλλος ἀπὸ τὴν Γεωμετρίαν τοῦ Εὐκλείδου, ὡς ὀρθῶς ἔχει τονίσει ὁ Πουανκαρέ.

ZUSAMMENFASSUNG

Das Problem des Raumes

Einleitend wird berichtet was die Alten und die neuen über den Raum und die Welt meinten. Weil der Raum mit der Geometrie verbunden ist werden die verschiedenen Arten der Geometrie erläutert und einpaar Sätze der Relativitätstheorie erwähnt. Unter diesen letzten sind: die Umwandlung der Masse in Energie (Anaximander, Hasenöhr, Einstein) und das Raum-Zeit Kontinuum.

Bis heute ist das Problem des Raumes ungelöst.